



Kompetenztest

Korrekturanweisungen

Klassenstufe 8

Gymnasium

Schuljahr 2010/2011

Fach Mathematik

Allgemeine Informationen zur Auswertung	2
Aufgabe 1: 700 Milliarden	4
Aufgabe 2: Mitte zwischen Zahlen	4
Aufgabe 3: Computerspielsucht.....	4
Aufgabe 4: Aktienmarkt.....	4
Aufgabe 5: Schokoladenfiguren.....	4
Aufgabe 6: Wundersame Rechenergebnisse	5
Aufgabe 7: Glücksrad	6
Aufgabe 8: Restaurantgewinnspiel	7
Aufgabe 9: Fische zählen	8
Aufgabe 10: Tarifvergleich	9
Aufgabe 11: Gleichungen lösen ist nicht schwierig.....	11
Aufgabe 12: Linear und proportional.....	13
Aufgabe 13: Abstand auf dem Wasser	14
Aufgabe 14: Schnittpunkt von Graphen	15
Aufgabe 15: Punkte im Koordinatensystem.....	16
Aufgabe 16: Rollrasen	17
Aufgabe 17: Winkel im Parallelogramm.....	19
Aufgabe 18: Bewege C.....	21

Allgemeine Informationen zur Auswertung

„Neben ihrer Funktion der Beschreibung von Leistungsanforderungen und der Leistungsmessung dienen die Bildungsstandards primär der Weiterentwicklung des Unterrichts und vor allem der verbesserten individuellen Förderung aller Schülerinnen und Schüler“ (KMK-Beschluss vom 2.6.2006). Lernstandserhebungen bzw. Vergleichsarbeiten auf der Basis der Bildungsstandards können in diesem Sinne zur Unterstützung der Schulen genutzt werden.

Die Aufgaben für die Vergleichsarbeiten Mathematik 2011 wurden in einer Studie mit ca. 2500 Schülerinnen und Schülern erprobt und alle Schülerlösungen wurden mit Hilfe der vorliegenden Anleitungen ausgewertet. Auf dieser Grundlage wurden die statistischen Kennwerte aller Teilaufgaben ermittelt. Damit diese für die Rückmeldung an Ihre Schule genutzt werden können, ist es deshalb erforderlich, die Vorgaben der Auswertungsanleitungen in allen Aspekten zu berücksichtigen.

Die Auswertungsanleitungen sehen nur die Kategorien „vollständig gelöst“ (richtig) und „nicht vollständig gelöst“ (falsch) vor, wie es auch bei internationalen Vergleichsstudien üblich ist. Teilpunkte werden nicht vergeben. Dies bedeutet z. B., dass die gleiche Wertung „richtig“ unabhängig von Zeitaufwand und Schwierigkeitsgrad vergeben wird. Zudem werden bei umfangreicheren Aufgaben richtige Lösungsansätze und Teillösungen, die Sie bei der Korrektur des Tests erkennen, in der Bewertung also nicht sichtbar. Diese nicht erfassten Details der Bearbeitung liefern Ihnen jedoch ergänzende Informationen für die Einschätzung der Kompetenzen einzelner Schülerinnen und Schüler sowie für Maßnahmen zur individuellen Förderung. Hierzu finden Sie unterstützende Hinweise in den Didaktischen Handreichungen zu den Aufgaben. Die Didaktischen Handreichungen umfassen Analysen der Aufgaben sowie typischer Fehler und geben in vielen Fällen Hinweise zum unterrichtlichen Umgang mit Schwierigkeiten.

Zu einzelnen Antwortformaten

Bei **Multiple-Choice-Aufgaben** darf nur die richtige Lösung angekreuzt sein. Die Aufgabe wird als „falsch“ gewertet, sobald auch nur eine falsche Antwort angekreuzt wurde.

Mehrfach-Multiple-Choice-Aufgaben: Bei Multiple-Choice-Aufgaben mit nur zwei Antwortmöglichkeiten fasst man wegen einer ansonsten zu hohen Ratewahrscheinlichkeit mehrere Fragen zu einer Teilaufgabe zusammen. Bei diesem Aufgabenformat müssen in der Regel alle Kreuze richtig gesetzt sein. Beispielsweise wird die Aufgabe Restaurantgewinnspiel (Nr. 8.1) nur dann als „richtig“ gewertet, wenn alle vier Kreuze richtig gesetzt sind. Eine Ausnahme bildet in diesem Testheft die Aufgabe Linear und proportional (12.2), bei der schon 4 von 5 richtig gesetzten Kreuzen als „richtig“ gewertet werden.

Einfache Kurzantworten: Bei Aufgaben dieser Art werden nur einzelne Begriffe, Größen oder Zahlen erfragt und eine Darlegung des Lösungsweges ist nicht erforderlich.

Erweiterte Antworten sind mit einem erhöhten Auswertungsaufwand verbunden. Die Anleitungen enthalten außer Kriterien zur Bewertung häufig mehrere Beispiele für Lösungen, die als „richtig“ bzw. als „falsch“, also „nicht vollständig gelöst“ zu bewerten sind. Zur Abgrenzung werden in den Auswertungsanleitungen sogenannte Grenzfälle ausgewiesen. Grenzfälle für „richtig“ sind solche Lösungen, die zwar nicht umfassend, aber im Sinne der Aufgabenstellung noch akzeptabel sind. Grenzfälle für „falsch“ illustrieren Beispiele für Antworten, die richtige Teilaspekte enthalten, aber nicht hinreichend sind. Bei

Schülerlösungen, die nicht in den Beispielen aufgeführt sind, entscheiden Sie über die Bewertung.

Wenn bei Aufgaben des Typs

Kreuze an. Ja Nein

Begründe deine Antwort.

kein Kästchen angekreuzt wurde, aber aus dem offenen Teil der Antwort, z. B. aus der Begründung oder der Darlegung eines Rechenweges die richtige Entscheidung hervorgeht, wird die Teilaufgabe noch als „richtig“ bewertet.

Generell sind die in den Anleitungen genannten Beispiele für Lösungen nicht als vollständige Aufzählungen, sondern als Orientierung für die Auswertung zu verstehen. Dies betrifft Aufgaben mit erweiterten Antworten sowie solche mit einfachen Kurzantworten. Demzufolge müssen die Schülerlösungen nicht notwendigerweise identisch mit der Angabe in der Auswertungsanleitung sein. Äquivalente in Bezug auf Schreibweisen (z. B. Bruch-, Prozent- oder Dezimalschreibweise) oder Maßeinheiten sind explizit erlaubt. Wird eine Einheit trotz vorgegebener Antwortlinie mit dahinter genannter Einheit doppelt genannt, wird die Antwort als „richtig“ gewertet.

Bei **Rechenfehlern** und darauf aufbauenden folgerichtigen Schlüssen sowie bei **Folgefehlern** ist im Einzelfall zu entscheiden, ob die Lösung als „richtig“ gewertet wird.

Bei Lösungen zu den **Zeichnungen** ist in den Auswertungsanleitungen auch jeweils der Genauigkeitsbereich angegeben.

Die Erwartungen an die **Genauigkeit** von Angaben sind jeweils in den Auswertungsanleitungen zu den einzelnen Teilaufgaben formuliert.

Umgang mit Einheiten: Ist die Darlegung eines Lösungsweges gefordert, können beim Rechnen mit Maßeinheiten die Einheiten in der gesamten Rechnung mitgeführt oder vollständig weggelassen werden. Das Ergebnis muss in der erforderlichen Einheit angegeben werden. Fehlen im Verlauf einer Rechnung stellenweise Einheiten, wird diese dennoch als „richtig“ bewertet, sofern das Ergebnis einschließlich seiner Einheit korrekt ist.

Bei Code „Richtig“ sind ein Punkt (1), bei Code „Falsch“ null Punkte (0) zu vergeben.

Aufgabe 1: 700 Milliarden

RICHTIG	700 000 000 000
FALSCH	Alle anderen Antworten. Z. B.: $7 \cdot 10^{11}$

Aufgabe 2: Mitte zwischen Zahlen

RICHTIG	6,33
---------	------

Aufgabe 3: Computerspielsucht

RICHTIG	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	ca. 9%	ca. 11%	ca. 12%	ca. 90%

Aufgabe 4: Aktienmarkt

		zutreffend	nicht zutreffend
RICHTIG	Herr Goldmann sagt: „Ich habe zwar den Gewinn des zweiten Jahres wieder verloren, aber mir bleibt ja immer noch ein Gewinn von 6% aus dem ersten Jahr.“	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Frau Berger meint: „Ich hätte diese Aktien nach dem ersten Jahr verkaufen sollen. Jetzt habe ich insgesamt sogar einen Verlust gemacht.“	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Die Firma schreibt in einem Werbeflyer: „Unsere Aktien haben in den letzten drei Jahren einen durchschnittlichen Gewinn von $(6\% + 25\% - 25\%) / 3 = 2\%$ erzielt.“	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Aufgabe 5: Schokoladenfiguren

5.1

RICHTIG	10 000 000 ODER 10 Millionen
---------	------------------------------

5.2

RICHTIG	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	100 Millionen	125 Millionen	150 Millionen	175 Millionen	200 Millionen

Aufgabe 6: Wundersame Rechenergebnisse

6.1

RICHTIG	<p>Z. B. $6573 \cdot 10001 = 65736573$ $1085 \cdot 10001 = 10851085$</p> <p>Anm.: Statt 6573 und 1085 können auch beliebige andere vierstellige Zahlen gewählt werden. Das jeweilige Produkt muss zwei sich wiederholende Ziffernfolgen des von 10001 verschiedenen Faktors aufweisen.</p> <p>Auch die Angabe zweier Aufgaben derart: $12345 \cdot 100001 = 1234512345$ wird akzeptiert. Hier wurde die Anzahl der Nullen nicht um 1 erhöht, sondern verdoppelt.</p> <p>Wird das Bildungsgesetz z. B. in der Form $ABCD \cdot 10001 = ABCDABCD$ notiert, ist dies auch richtig.</p>
FALSCH	<p>Alle anderen Antworten.</p> <p>Z. B.: $657 \cdot 1001 = 657657$ $275 \cdot 1001 = 275275$</p>

6.2

RICHTIG	<p>Ergänzung des Textes in der Form:</p> <p>„Wenn man eine dreistellige Zahl mit 1001 multipliziert, dann erhält man das Ergebnis, indem man die Ausgangszahl zweimal hintereinander schreibt (und als sechsstellige Zahl interpretiert).“</p> <p>UND</p> <p>Richtige allgemeine Begründung der Aussage unter Bezug auf die Auswirkungen einer Multiplikation mit 1000 auf den Stellenwert der einzelnen Ziffern sowie die anschließende Addition der gegebenen Zahl.</p> <p>Anmerkungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Der Stellenwert der einzelnen Ziffern bzw. deren Veränderung muss dabei nicht angegeben werden. • Die Begründung kann in algebraischer oder verbal beschreibender Form erfolgen. • Der Fokus liegt auf der Richtigkeit der Begründung. <p>Z. B.:</p> $ \begin{array}{r} xyz \cdot 1001 \\ \hline xyz \ 000 \\ 00 \ 000 \\ 0 \ 000 \\ \quad xyz \\ \hline \underline{\underline{xyzxyz}} \end{array} $ <p>Die Ziffern xyz wiederholen sich.</p>
---------	--

<p>RICHTIG</p>	<p>ODER Statt eine Zahl mit 1001 zu multiplizieren, kann man die Zahl auch mit 1000 multiplizieren und zum Ergebnis diese Zahl noch einmal addieren. Dabei erhält man als Ergebnis nichts Anderes als zweimal die gegebene Zahl hintereinander geschrieben, da bei der Multiplikation mit 1000 drei Nullen angehängt werden. Diese werden bei der Addition der gegebenen Zahl durch deren Ziffern „ersetzt“.</p> <p>ODER Wenn man eine beliebige dreistellige Zahl mit 1001 malnimmt, rechnet man immer</p> $\begin{array}{r} z_1 z_2 z_3 \\ + z_1 z_2 z_3 0 0 0 \\ \hline = z_1 z_2 z_3 z_1 z_2 z_3 \end{array}$ <p>Anm.: Obwohl der explizite Hinweis $1001 = 1000 + 1$ fehlt.</p> <p>ODER (Grenzfall) Es gilt $n \cdot 1001 = n \cdot 1000 + n \cdot 1$ n ist eine beliebige dreistellige Zahl</p> <p>Anm.: Das allgemeine Prinzip wurde offensichtlich verstanden. Es fehlt aber die explizite Feststellung, dass $n \cdot 1000$ das n an die 4. - 6. Stelle von rechts hinbringt und dadurch rechts davon den Platz für n lässt.</p>
<p>FALSCH</p>	<p>Alle unvollständigen, fehlerhaften oder falschen Antworten.</p> <p>Z. B.: Wenn man die 1001 auseinander nimmt und die dreistellige Zahl schriftlich multipliziert, sieht man die Behauptung nach der anschließenden Addition.</p> <p>ODER (Grenzfall)</p> $123 \cdot 1001 = 123123$ <p>Weil die Zahl 123 1001-mal multipliziert wurde, erhält man das Ergebnis 123123, aber wenn man das Ergebnis nur 1000-mal multipliziert, erhält man 123000.</p> <p>Anm.: Hier fehlt der Hinweis, dass rechts von $1000 \cdot \text{Zahl}$ die Zahl hinpasst. Diese Begründung ist nur beispielbezogen und letztlich stehen nur Rechnungen da, d. h. eine Verallgemeinerung ist nicht erkennbar.</p>

Aufgabe 7: Glücksrad

7.1

<p>RICHTIG</p>	<p><input type="checkbox"/></p> <p>240-mal</p>	<p><input type="checkbox"/></p> <p>120-mal</p>	<p><input checked="" type="checkbox"/></p> <p>60-mal</p>	<p><input type="checkbox"/></p> <p>Das kann ich nicht entscheiden, weil das ja Zufall ist.</p>
----------------	--	--	--	--

7.2

RICHTIG	Etwa die Hälfte der eingezeichneten Sektoren ist grün gefärbt. Richtig ist dabei auch, wenn das Glücksrad in vier Viertel, sechs Sechstel etc. eingeteilt wird, von denen jeweils die Hälfte „grün“ markiert oder entsprechend beschriftet wird.
---------	--

Aufgabe 8: Restaurantgewinnspiel

8.1

RICHTIG		richtig	falsch
	Durchschnittlich jede einhundertste Rechnung muss nicht bezahlt werden.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Bei 100 Gästen darf mit Sicherheit einer umsonst essen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	Die Wahrscheinlichkeit, dass die Rechnung nicht bezahlt werden muss, liegt bei 1 %.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Jeden Abend muss mindestens ein Gast sein Essen nicht bezahlen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

8.2

RICHTIG	<input type="checkbox"/> $\frac{7}{100}$	<input type="checkbox"/> $\frac{10}{100}$	<input checked="" type="checkbox"/> $\frac{19}{100}$	<input type="checkbox"/> $\frac{20}{100}$	<input type="checkbox"/> $\frac{7}{10}$
---------	---	--	---	--	--

8.3

RICHTIG	<p>„Nein“ wird angekreuzt UND in der Begründung wird auf die sich nicht verändernde Ausgangssituation, warum jeder Gast dieselbe Gewinnwahrscheinlichkeit hat, Bezug genommen.</p> <p>Z. B.:</p> <p>Dies ist so, weil immer die gleichen 100 Kugeln im Behälter sind. Damit ist die Wahrscheinlichkeit zu gewinnen bei jedem Gast gleich.</p> <p>ODER</p> <p>Dies ist so, weil die Kugeln immer wieder zurückgelegt werden und die nächste Kugel nicht weiß, welche vorher gezogen wurde. („Der Zufall hat kein Gedächtnis.“)</p> <p>ODER</p> <p>Es bleiben immer gleich viele Kugeln im Behälter. Also bleibt die Wahrscheinlichkeit immer unverändert.</p> <p>ODER</p> <p>Es stimmt nicht, da er auch keine anderen Bedingungen hat als die anderen, die nicht gewonnen haben.</p>
---------	--

RICHTIG	<p>ODER Das stimmt nicht, da die Gewinnwahrscheinlichkeit für jeden Gast 1 % beträgt, egal ob schon viele verloren haben.</p> <p>ODER Weil die Kugel immer wieder zurückgelegt wird.</p> <p>ODER (Grenzfall) Es hat nichts damit zu tun, ob heute schon jemand gewonnen hat.</p>
FALSCH	<p>Alle anderen Antworten,</p> <p>Z. B.: Der Gast hat nicht Recht, weil die Wahrscheinlichkeit immer gleich bleibt. Anm.: Ausführungen, <i>warum</i> die Wahrscheinlichkeit unverändert bleibt, fehlen. Wäre die Wahrscheinlichkeit mit 1 % genauer spezifiziert, wird die Aufgabe als richtig gewertet.</p> <p>ODER Die Behauptung ist falsch, weil die Kugeln immer neu gemischt werden, die Chancen also für jeden gleich sind. Anm.: Ausführungen, <i>warum</i> die Wahrscheinlichkeit unverändert bleibt, fehlen.</p> <p>ODER Man weiß ja nicht, wie viele Gäste da waren, vielleicht waren es nur zwei, dann ist die Chance sehr gering.</p> <p>ODER Er hat Recht, weil sich durch viele Fehlzüge die Chance zu gewinnen erhöht.</p> <p>ODER Es ist Zufall, ob man gewinnt oder nicht.</p> <p>ODER Es ist sehr unwahrscheinlich, dass der Gast etwas gewinnt.</p>

Aufgabe 9: Fische zählen

RICHTIG	2000
---------	------

Aufgabe 10: Tarifvergleich

10.1

RICHTIG	<p>Eine richtige Antwort umfasst mindestens eine der folgenden Wertungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • die Höhe der Säulen passt nicht zu den angegebenen Inklusiveinheiten. • die Höhe der Säulen passt nicht zu den angegebenen Grundgebühren. <p>Anm.: Es muss eine Relation hergestellt werden, d. h. es müssen mind. 2 Säulen miteinander verglichen werden.</p> <p>Z. B. Sie meint, dass die 100er-Säule eigentlich doppelt so hoch wie die 50er-Säule sein müsste, und die 200er-Säule doppelt so hoch wie die 100er-Säule sein. Die 1000er-Säule müsste 5mal so hoch wie die 200er-Säule sein.</p> <p>ODER</p> <p>Die Säulen haben alle denselben Abstand in der Höhe.</p> <p>ODER (Grenzfall)</p> <p>Der Unterschied z. B. der 200er-Säule und der 1000er-Säule ist viel zu niedrig.</p> <p>ODER (Grenzfall)</p> <p>Die Unterschiede zwischen den Säulen sind viel zu klein. Anm.: Idee der Relation ist erkennbar.</p>
FALSCH	<p>Alle anderen Antworten.</p> <p>Z. B. Die letzte Säule hätte größer sein sollen. Anm.: Vergleich zu wenigstens einer anderen Säule fehlt.</p>

10.2

RICHTIG	<p>Grafik 1: Dargestellt wird die Anzahl der Inklusiveinheiten in den einzelnen Tarifen.</p> <p>Grafik 2: Dargestellt werden die Grundgebühren (in €) der einzelnen Tarife.</p> <p>Gleichbedeutende Formulierungen werden ebenfalls als richtig kodiert. Für „Inklusiveinheiten“ sind dies z. B. „All-in“-Einheiten, „Einheiten, die man nicht bezahlen muss“, „Freieinheiten“ oder „Einheiten“ etc.</p> <p>Für „Grundgebühren“ sind dies z. B. „Grundpreis pro Monat“, „Was man jeden Monat zahlen muss, auch wenn man nicht telefoniert“, „Was sowieso auf der Rechnung steht“, „Preis pro Monat“, „Preis der Tarife“ oder „Mindestpreis“ etc. Anm: Die bloße Angabe „Preis“ oder „Euro“ reicht nicht aus.</p>
---------	--

FALSCH	<p>Alle anderen Antworten.</p> <p>Z. B.: Grafik 2 stellt den Preis dar.</p> <p>ODER Grafik 1 stellt die Menge dar, Grafik 2 die Euro.</p>
--------	---

10.3

RICHTIG	<p>Eine richtige Antwort umfasst mindestens einen der folgenden Aspekte:</p> <ul style="list-style-type: none"> • die Nicht-Existenz von Zwischenwerten wird erkannt oder • die Achseneinteilung oder -beschriftung wird kritisiert. <p>Mögliche Erläuterungen: Es sieht aus, als gäbe es Zwischenwerte bei den Grundgebühren.</p> <p>ODER Es sieht aus, als gäbe es Zwischenwerte bei den Inklusivminuten.</p> <p>ODER Man weiß nicht, wo ein Tarif anfängt oder aufhört. Anm.: Suggestiert, dass Zwischenwerte existieren.</p> <p>ODER Es sieht aus, als würden die Grundgebühren (jeweils) zwischen zwei Tarifen gleichmäßig/ konstant ansteigen.</p> <p>ODER Es sieht aus, als könnte man ablesen, wie viele Inklusivminuten man bei einer beliebigen Grundgebühr erhielte.</p> <p>ODER Es sieht aus, als könnte man ablesen, welche Grundgebühr man bei einer beliebigen Anzahl Inklusivminuten bezahlen müsste.</p> <p>ODER Die erste Achse ist verkürzt dargestellt.</p> <p>ODER Die 9 fällt auf die Null.</p> <p>ODER (Grenzfall) Es sieht aus, als gäbe es Zwischenwerte. Anm.: Es ist unklar, ob die Grundgebühren oder die Inklusivminuten gemeint sind.</p> <p>ODER (Grenzfall) Die Achsenbeschriftung (Achsenbeschriftungen) fehlt (fehlen).</p> <p>ODER (Grenzfall) Die x-Achse wurde nicht richtig eingeteilt.</p>
---------	---

FALSCH	<p>Alle anderen Antworten.</p> <p>Z. B.: Die Preise steigen nicht, sie sind schon festgelegt.</p> <p>ODER Es müssen Kurven statt Geraden sein.</p> <p>ODER Die Einheiten/ Tarife steigen nicht konstant. Anm.: Problem der Nicht-Existenz von Zwischenwerten wurde nicht erkannt.</p> <p>ODER Weil es keine anderen Kosten zwischen 200 und 1000 gibt.</p> <p>ODER Die Aufteilung der x-Achse ist beliebig. Anm.: Die Aufteilung ist zwar falsch, aber nicht beliebig.</p>
--------	--

Aufgabe 11: Gleichungen lösen ist nicht schwierig

11.1

RICHTIG	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	4	8	20	44	56

11.2

RICHTIG	<p>Die Lösung ist richtig, wenn die Gleichung erkennbar durch Umformen gelöst wurde.</p> <p>Z. B.:</p> $7x - 14 = 38 \quad +14$ $7x = 52 \quad :7$ $x = \frac{52}{7}$ <p>ODER</p> $7x = 52$ $x = \frac{52}{7}$ <p>Anmerkungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Akzeptiert wird auch $7\frac{3}{7}$ ODER $\approx 7,4$ ODER jedes andere korrekt gerundete Ergebnis. • Die einzelnen Umformungsschritte müssen mathematisch richtig sein, ihre Reihenfolge ist beliebig. • Wird nach einem Rechenfehler folgerichtig weitergerechnet, wird die Aufgabe als richtig gewertet. • Wird mit der Aufgabe $7x - 14 = 42$ korrekt gerechnet, wird die Aufgabe als richtig gewertet.
---------	---

FALSCH	<p>Alle anderen Antworten. Anm.: Wird ein Umformungsfehler gemacht, wird die Aufgabe als „Falsch“ gewertet.</p> <p>ODER</p> <p>Es wird richtig , jedoch nicht zu Ende gerechnet, z. B. $7x = 52$ $x =$</p>
--------	--

11.3

RICHTIG	<p>Angabe von je zwei Gleichungen, die sich leicht durch Probieren bzw. besser durch Umformen lösen lassen.</p> <p>UND</p> <p>Darlegung einer nachvollziehbaren Erklärung, warum Probieren bzw. Umformen die besser geeignete Lösungsmethode ist. Dabei muss darauf verwiesen werden, dass das Lösen durch Probieren dann nicht mehr sinnvoll ist, wenn in längeren Gleichungen „schwierige“ Rechnungen erforderlich sind und der Wert für x nicht mit wenigen Probierschritten gefunden werden kann oder wenn die Lösung nicht ganzzahlig ist.</p> <p>Anm.: Die Erläuterungen lassen ggf. erst im Zusammenhang mit den Gleichungen erkennen, dass die Systematik erkannt wurde.</p> <p>Z. B.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; width: 50%;">Probieren</th> <th style="text-align: left; width: 50%;">Umformen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. Gleichung: $25 = 2x + 5$</td> <td>1. Gleichung: $11x + 8,5 = 24x - 3,2$</td> </tr> <tr> <td>2. Gleichung: $a + a = 4$</td> <td>2. Gleichung: $3x + 4 - x = 21 + 4x$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Die linken beiden Gleichungen können aufgrund der einfachen Zahlen, die es möglich machen im Kopf zu rechnen, leicht durch Probieren gelöst werden. Hinzu kommt, dass nur auf einer Seite des Gleichheitszeichens Variablen stehen. Die rechten beiden Gleichungen sind länger und weisen größere Zahlen bzw. Kommazahlen auf. Auch Brüche wären denkbar. Außerdem sind auf beiden Seiten des Gleichheitszeichens Glieder mit Variablen zu finden.</p> <p>ODER</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <thead> <tr> <th style="text-align: left; width: 50%;">Probieren</th> <th style="text-align: left; width: 50%;">Umformen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. Gleichung: $20 = 4x$</td> <td>1. Gleichung: $6b + 18 = 2\frac{1}{2}b - 3$</td> </tr> <tr> <td>2. Gleichung: $4a = 4$</td> <td>2. Gleichung: $3x + 4 - x = 10\frac{1}{2}$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Die Gleichungen auf der rechten Seite sind nicht so einfach durch Probieren zu lösen wie die beiden anderen Gleichungen, da sie Brüche enthalten.</p>	Probieren	Umformen	1. Gleichung: $25 = 2x + 5$	1. Gleichung: $11x + 8,5 = 24x - 3,2$	2. Gleichung: $a + a = 4$	2. Gleichung: $3x + 4 - x = 21 + 4x$	Probieren	Umformen	1. Gleichung: $20 = 4x$	1. Gleichung: $6b + 18 = 2\frac{1}{2}b - 3$	2. Gleichung: $4a = 4$	2. Gleichung: $3x + 4 - x = 10\frac{1}{2}$
Probieren	Umformen												
1. Gleichung: $25 = 2x + 5$	1. Gleichung: $11x + 8,5 = 24x - 3,2$												
2. Gleichung: $a + a = 4$	2. Gleichung: $3x + 4 - x = 21 + 4x$												
Probieren	Umformen												
1. Gleichung: $20 = 4x$	1. Gleichung: $6b + 18 = 2\frac{1}{2}b - 3$												
2. Gleichung: $4a = 4$	2. Gleichung: $3x + 4 - x = 10\frac{1}{2}$												

<p>RICHTIG</p>	<p>ODER (Grenzfall)</p> <p>Probieren 1. Gleichung: $x + x = 20$ 2. Gleichung: $x + x = 26$</p> <p>Umformen 1. Gleichung: $7x - 15 = 23$ 2. Gleichung: $7x - 16 = 23$</p> <p>Anm.: In beiden Fällen werden je zwei strukturell gleiche Beispiele angegeben, die sich nur minimal unterscheiden, dennoch aber den Vorgaben genügen.</p> <p>ODER „Beim Probieren sieht man es gleich, was rauskommt. Beim Umformen muss man schon rechnen.“, sofern passende illustrierende Beispiele angegeben sind.</p>
<p>FALSCH</p>	<p>Alle anderen Antworten, insbesondere Antworten mit fehlender, fehlerhafter oder falscher Begründung.</p> <p>Z. B.:</p> <p>Nur einfache Gleichungen können durch Probieren gelöst werden, komplizierte Gleichungen nicht. Anm.: In dieser Erklärung wird zwar auf die Komplexität der Gleichungen verwiesen, jedoch nicht genauer erläutert, worauf diese beruht.</p> <p>ODER Wenn man sich sicher sein möchte, dass die Gleichung richtig gelöst ist, sollte man sie immer durch Umformen lösen. Anm.: Es wird kein Bezug zu den strukturellen Gegebenheiten der Gleichungen hergestellt.</p> <p>ODER Wenn man gut im Kopf rechnen kann, kann man alle Gleichungen leicht durch Probieren lösen. Anm.: Es wird kein Bezug zu den strukturellen Gegebenheiten der Gleichungen hergestellt.</p>

Aufgabe 12: Linear und proportional

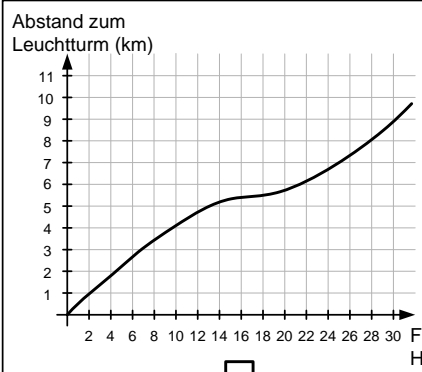
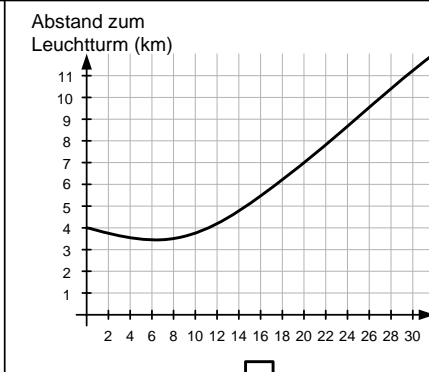
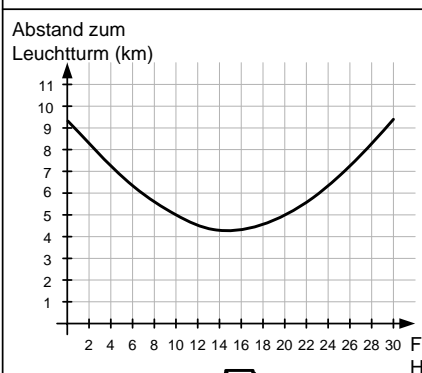
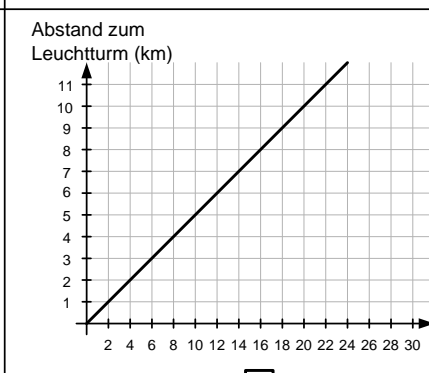
12.1

<p>RICHTIG</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 80%;"></th> <th style="width: 10%; text-align: center;">ja</th> <th style="width: 10%; text-align: center;">nein</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Es sollen die Kosten für Strom ermittelt werden. Der Stromanbieter verlangt eine monatliche Grundgebühr. Für jede verbrauchte Kilowattstunde Strom ist zusätzlich eine festgelegte Gebühr zu zahlen.</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Beim Füllen eines quaderförmigen Schwimmbeckens soll die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Fülldauer betrachtet werden. Zu Beginn des Füllvorgangs ist das Schwimmbecken leer. Die beim Füllen pro Stunde einlaufende Wassermenge ist gleich.</td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>Der Wert eines Sparguthabens soll in Abhängigkeit von der Dauer des Sparens beschrieben werden. Ein Sparbetrag wird für drei Jahre mit einem festen Zinssatz angelegt. Nach dem ersten Jahr werden auch die Zinsen verzinst.</td> <td style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></td> <td style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>		ja	nein	Es sollen die Kosten für Strom ermittelt werden. Der Stromanbieter verlangt eine monatliche Grundgebühr. Für jede verbrauchte Kilowattstunde Strom ist zusätzlich eine festgelegte Gebühr zu zahlen.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Beim Füllen eines quaderförmigen Schwimmbeckens soll die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Fülldauer betrachtet werden. Zu Beginn des Füllvorgangs ist das Schwimmbecken leer. Die beim Füllen pro Stunde einlaufende Wassermenge ist gleich.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Der Wert eines Sparguthabens soll in Abhängigkeit von der Dauer des Sparens beschrieben werden. Ein Sparbetrag wird für drei Jahre mit einem festen Zinssatz angelegt. Nach dem ersten Jahr werden auch die Zinsen verzinst.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
	ja	nein											
Es sollen die Kosten für Strom ermittelt werden. Der Stromanbieter verlangt eine monatliche Grundgebühr. Für jede verbrauchte Kilowattstunde Strom ist zusätzlich eine festgelegte Gebühr zu zahlen.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
Beim Füllen eines quaderförmigen Schwimmbeckens soll die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Fülldauer betrachtet werden. Zu Beginn des Füllvorgangs ist das Schwimmbecken leer. Die beim Füllen pro Stunde einlaufende Wassermenge ist gleich.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>											
Der Wert eines Sparguthabens soll in Abhängigkeit von der Dauer des Sparens beschrieben werden. Ein Sparbetrag wird für drei Jahre mit einem festen Zinssatz angelegt. Nach dem ersten Jahr werden auch die Zinsen verzinst.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>											

12.2

RICHTIG	Wenn bereits 4 von 5 Kreuzen richtig gesetzt wurden.		
		richtig	falsch
	Für jedes Wertepaar x und y einer proportionalen Zuordnung hat der Quotient $\frac{y}{x}$ den gleichen Wert (dabei ist $x \neq 0$ und $y \neq 0$).	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Jede proportionale Zuordnung ist auch eine lineare Funktion.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	Jede lineare Funktion ist auch eine proportionale Zuordnung.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Bei einer proportionalen Zuordnung gehört zum Doppelten des x -Werts die Hälfte des y -Werts.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
Bei einer linearen Funktion hat die zugehörige Gerade immer eine positive Steigung.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	

Aufgabe 13: Abstand auf dem Wasser

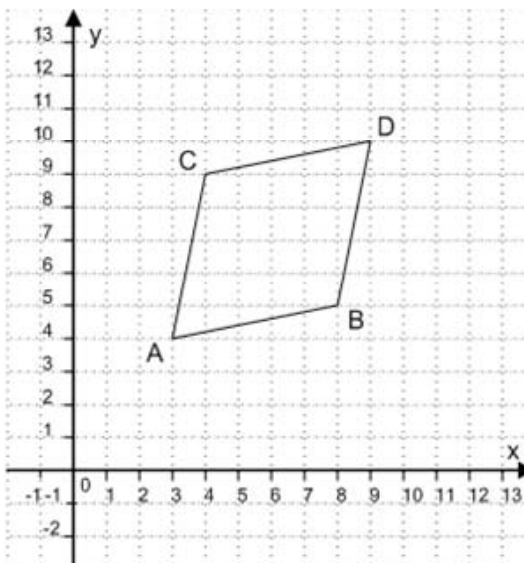
RICHTIG	<p>Abstand zum Leuchtturm (km)</p>  <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></p>	<p>Abstand zum Leuchtturm (km)</p>  <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></p>
	<p>Abstand zum Leuchtturm (km)</p>  <p style="text-align: center;"><input checked="" type="checkbox"/></p>	<p>Abstand zum Leuchtturm (km)</p>  <p style="text-align: center;"><input type="checkbox"/></p>

Aufgabe 14: Schnittpunkt von Graphen

RICHTIG	<p>Die beiden Graphen schneiden sich im Punkt $S(1 1)$.</p> <p>Anmerkung: Der inhaltliche Kern dieses Items ist die Idee des Gleichsetzens. Ob dies rechnerisch oder zeichnerisch geschieht, ist unerheblich. Dies begründet die Auswahl der Grenzfälle.</p> <p>Mögliche Lösungen:</p> <p>Der Schnittpunkt hat die Koordinaten $x = 1$ und $y = 1$.</p> <p>ODER (Grenzfall) Beide Graphen werden richtig in ein Koordinatensystem gezeichnet und der Schnittpunkt ist erkennbar. Die Koordinaten des Schnittpunkts werden z. B. durch gestrichelte Linien zu den Achsen angedeutet, aber nicht explizit angegeben.</p> <p>ODER (Grenzfall) Die Koordinaten des Schnittpunkts werden errechnet, aber nicht explizit nach Abschluss der Rechnung angegeben.</p> <p>ODER (Grenzfall) Die Geraden werden richtig in ein Koordinatensystem eingezeichnet, die Koordinaten des Schnittpunkts jedoch falsch abgelesen.</p> <p>ODER (Grenzfall) Eine der beiden Geraden wird falsch in ein Koordinatensystem eingezeichnet und die Koordinaten des Schnittpunkts werden folgerichtig angegeben.</p> <p>ODER (Grenzfall) Bei der rechnerischen Bestimmung der Koordinaten des Schnittpunkts unterläuft ein Fehler, die Koordinaten des Schnittpunkts werden folgerichtig angegeben.</p>
FALSCH	<p>Alle anderen Antworten.</p> <p>Z. B.: Beide Geraden werden falsch in ein Koordinatensystem eingezeichnet und die Koordinaten des Schnittpunkts werden folgerichtig abgelesen.</p>

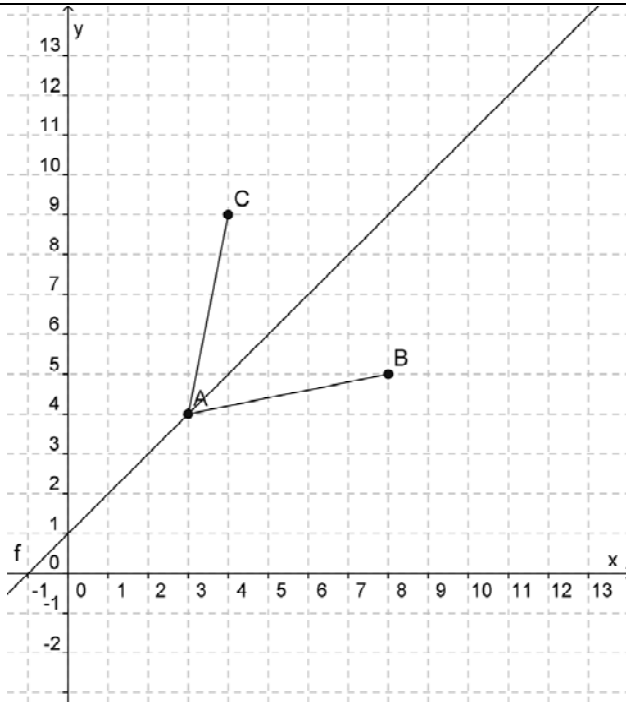
Aufgabe 15: Punkte im Koordinatensystem

15.1

<p>RICHTIG</p>	<p>Richtige Zeichnung und richtige Angabe der Koordinaten des Punktes (9 10).</p>  <p>Toleranz: jeweils $\pm 0,1$ sowohl bei der x-Koordinate als auch bei der y-Koordinate</p> <p>Anm.: Grenzfälle für „Richtig“: (1) Der gesuchte Punkt wird richtig eingezeichnet und dessen Koordinaten richtig angegeben. Die fehlenden Seiten der Raute werden jedoch nicht ergänzt. (2) Der gesuchte Punkt wird richtig eingezeichnet und mit den bereits vorhandenen Punkten zu einer Raute ergänzt. Die x- und y-Koordinate werden jedoch vertauscht.</p>
<p>FALSCH</p>	<p>Alle anderen, unvollständigen, fehlerhaften oder falschen Antworten.</p>

15.2

RICHTIG



Die Spiegelachse muss durch die Punkte A (3|4) und P (6|7) bzw. D (9|10) verlaufen. Der Punkt P muss nicht eingezeichnet oder benannt werden.

Anmerkungen:

- Wenn beide Symmetrieachsen eingezeichnet sind, wird dies auch als richtig gewertet.
- Akzeptiert werden sowohl bei der x-Koordinate als auch bei der y-Koordinate Abweichungen ± 2 mm.

Aufgabe 16: Rollrasen

16.1

RICHTIG 115,5 m² (auch 116 m² wird akzeptiert)

16.2

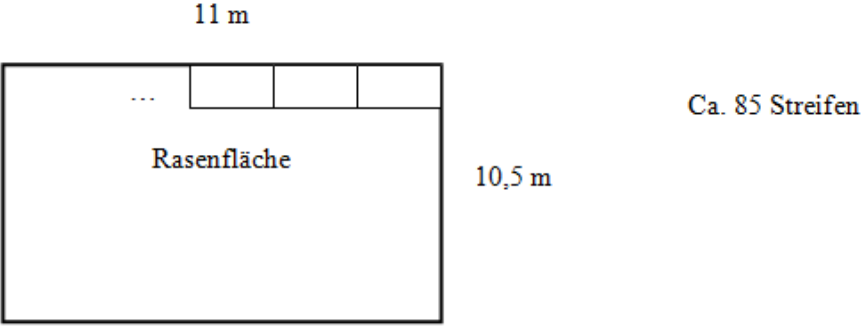
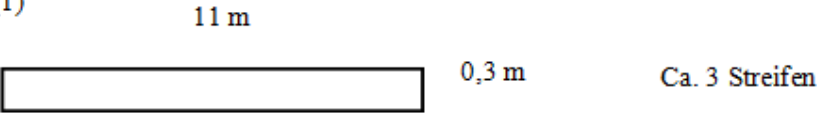

RICHTIG

Richtiges Ergebnis (97 Streifen) **UND** nachvollziehbarer Rechenweg. Dieser kann auch mittels einer Zeichnung dargestellt werden.

Z. B.:

97 Streifen

Die rechteckige Fläche ist 11 m lang und 10,5 m breit. Wenn ich diese der Länge nach mit ganzen Streifen auslege, dann benötige ich 85 Streifen. Dabei bleibt eine Fläche von 11 m x 0,3 m frei. Um diese auszulegen, benötige ich noch einmal etwa 3 Streifen. Außerdem bleibt eine Fläche von 10,5 m x 1 m frei. Um diese Fläche auszulegen, benötige ich etwa 8 Streifen. Insgesamt benötige ich also etwa 97 Streifen.

<p>RICHTIG</p>	<p>ODER</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Übrig bleibt:</p> <p>(1)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>(2)</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>Insgesamt brauche ich etwa 97 Streifen.</p>
<p>FALSCH</p>	<p>Alle unvollständigen, fehlerhaften oder falschen Antworten.</p> <p>Z. B.: Ordne ich die Streifen parallel zur Breite von 10,5 m an, benötige ich ca. 18 Reihen. Für jede Reihe sind mindestens 5 Streifen nötig. D. h. ich benötige 90 Streifen.</p>

16.3

<p>RICHTIG</p>	<p>Ca. 227 kg Akzeptiert werden alle Ergebnisse im Intervall [225; 230] kg.</p>
<p>FALSCH</p>	<p>Alle anderen Antworten.</p> <p>Z. B.: 1080 kg (Die Dicke des Rollrasens wurde nicht berücksichtigt.)</p>

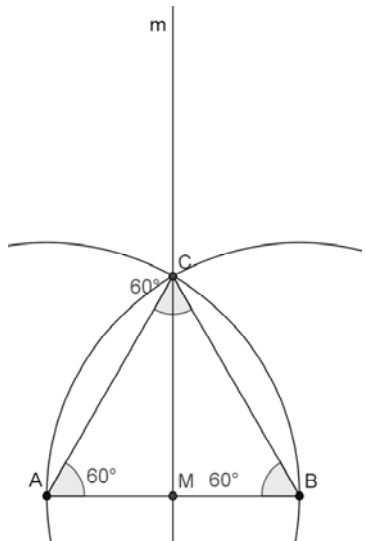
Aufgabe 17: Winkel im Parallelogramm

RICHTIG	<p>Der Umfang des Parallelogramms ist für $\alpha = 90^\circ$ am kleinsten. UND Angabe einer Begründung, in der die systematische Variation des Winkels α deutlich wird und der Zusammenhang zwischen der Größe des Winkels α und der Länge des Umfangs erläutert wird. Dabei müssen mind. die beiden Fälle $\alpha < 90^\circ$ und $\alpha = 90^\circ$ ($\alpha > 90^\circ$ optional) betrachtet werden. Alternativ kann auch über den Abstand zweier Punkte und dessen Definition argumentiert werden.</p> <p>Anm.: Es muss deutlich werden, dass der Umfang berücksichtigt wurde.</p> <p>Mögliche Überlegungen:</p> <p>Z. B.:</p> <p>Verschiebt man die Seite \overline{CD} immer weiter nach links, wird der Umfang des Parallelogramms erst kürzer und nach $\alpha = 90^\circ$ wieder länger. Bei $\alpha = 90^\circ$ ist der Umfang am kürzesten, denn dann sind die Seiten \overline{AD} und \overline{BC} genauso lang wie der Abstand der Parallelen.</p> <p>ODER</p> <p>Bei $\alpha = 90^\circ$ ist der Umfang am kleinsten, denn dann ist die Länge der beiden Seiten \overline{AD} und \overline{BC} gleich dem Abstand der Parallelen und der Abstand zweier Punkte ist deren kürzeste Verbindung.</p> <p>ODER (Grenzfall)</p> <p>Alle diese Parallelogramme haben denselben Flächeninhalt (muss nicht weiter begründet werden). Unter allen diesen Parallelogrammen hat jenes, das ein Rechteck ist, den kleinsten Umfang. Also ist der gesuchte Winkel 90° groß.</p> <p>ODER (Grenzfall)</p> <p>Lässt man \overline{CD} auf der Parallelen h liegen und macht \overline{AD} (und damit auch \overline{BC}) kürzer, so wird α größer. Wenn \overline{AD} (und \overline{BC}) am kürzesten sind, ist $\alpha = 90^\circ$. Verlängert man \overline{AD} (und damit auch \overline{BC}) in die andere Richtung, vergrößert sich α wieder.</p> <p>Anmerkung: Hier wird zwar nichts über \overline{CD} und \overline{AB} bzw. über den Umfang des Parallelogramms ausgesagt, aber es ist erkennbar, dass sich dieser in Abhängigkeit der Größe des Winkels α verändert.</p> <p>ODER (Grenzfall)</p> <p>Je spitzer (stumpfer) α ist, umso größer ist der Umfang des Parallelogramms. Also ist er in der Mitte am kleinsten. Dies ist bei $\alpha = 90^\circ$ der Fall.</p>
---------	--

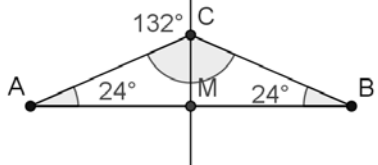
FALSCH	<p>Alle unvollständigen, fehlerhaften oder falschen Antworten.</p> <p>Z. B.:</p> <p>Verschiebt man die Seite \overline{CD} immer weiter nach links, wird der Umfang des Parallelogramms kürzer. Am kürzesten ist er bei $\alpha = 90^\circ$.</p> <p>ODER</p> <p>Man muss \overline{CD} so lange verschieben bis ein Rechteck entstanden ist.</p> <p>ODER</p> <p>Ich habe gemessen.</p> <p>ODER</p> <p>Weil bei 90° die Seiten \overline{AD} und \overline{BC} am kürzesten sind. Anm.: Eine Begründung fehlt.</p> <p>ODER</p> <p>90° ist der direkte Weg zu \overline{CD}.</p>
--------	--

Aufgabe 18: Bewege C

18.1

RICHTIG	<p>Richtige Konstruktion des Punktes C, so dass das entstehende Dreieck ABC gleichseitig ist. Dies kann beispielsweise auf folgende Art und Weise geschehen:</p> <p>Die Position von C lässt sich als Schnittpunkt eines Kreises um A und eines Kreises um B, jeweils mit Radius \overline{AB}, bestimmen.</p> <p>ODER</p> <p>In A und in B werden 60°-Winkel an die Strecke \overline{AB} abgetragen. C ist der Schnittpunkt der beiden freien Schenkel.</p> <p>ODER</p> <p>In A oder in B wird ein 60°-Winkel an die Strecke \overline{AB} angetragen. C ist der Schnittpunkt des zugehörigen freien Schenkels und der Mittelsenkrechte m.</p> <p>Eine Beschreibung der Konstruktion ist jedoch nicht erforderlich. Die fehlenden Maße müssen nicht eingetragen werden. Eine Beschriftung des Punktes C, der Winkel oder der Seiten des Dreiecks ist nicht erforderlich.</p> <p>Zeichentoleranz ± 2 mm bzw. $\pm 1^\circ$</p> 
FALSCH	<p>Alle unvollständigen, fehlerhaften oder falschen Konstruktionen.</p> <p>Z. B.:</p> <p>Konstruktion des Punktes C, ohne dass dieser mit den beiden anderen Punkten A und B verbunden wird.</p> <p>ODER</p> <p>Es wird ein gleichschenkliges Dreieck konstruiert.</p> <p>ODER</p> <p>Eine (mit Maßen beschriftete) aber falsche Skizze wird angefertigt.</p>

18.2

<p>RICHTIG</p>	<div style="text-align: center;">  </div> <p>Anmerkungen:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Die erforderliche Zeichengenauigkeit für die Position von C auf m beträgt ± 2 mm. Eine Beschriftung des Punktes C ist nicht erforderlich. • Punkt C kann auch unterhalb von M eingezeichnet werden.
<p>FALSCH</p>	<p>Alle unvollständigen, fehlerhaften oder falschen Lösungen.</p> <p>Z. B. jene Konstruktion, bei der die Basiswinkel jeweils 48° groß sind (Größe Basiswinkel = $180^\circ - 132^\circ$)</p>